



Вычислительная эффективность трехкаскадного интерполированного фильтра нижних частот

И. С. Савиных¹, Д. А. Чемасов¹

¹ Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

Несомненными достоинствами фильтров с конечной импульсной характеристикой являются их безусловная устойчивость, отсутствие предельных циклов и возможность реализации фильтра, не вносящего фазовые искажения. К недостатку таких фильтров можно отнести большие вычислительные затраты, требуемые для расчета отклика. В статье рассмотрены трехкаскадные интерполированные фильтры нижних частот с конечной импульсной характеристикой. Определены максимальные значения коэффициентов интерполяции. Получены зависимости коэффициента вычислительной эффективности и коэффициента увеличения регистров трехкаскадного интерполированного фильтра нижних частот от значений коэффициентов интерполяции, ширины полосы пропускания и полосы перехода. Найдены соотношения для определения оптимальных величин коэффициентов интерполяции, соответствующих максимальному значению коэффициента вычислительной эффективности. Кроме того, выявлены зависимости максимального коэффициента вычислительной эффективности и оптимального коэффициента увеличения регистров трехкаскадного интерполированного фильтра нижних частот от значений ширины полосы пропускания и полосы перехода при оптимальных значениях коэффициентов интерполяции. Рассмотренные трехкаскадные интерполированные фильтры нижних частот целесообразно применять в случае, когда требуемая полоса заграждения заметно меньше частоты дискретизации. В этом случае данные фильтры требуют меньшие вычислительные ресурсы для определения отклика, чем двухкаскадные интерполированные фильтры или фильтры, реализованные трансверсальной структурой.

Ключевые слова: конечная импульсная характеристика, интерполированный фильтр, вычислительная эффективность, коэффициент интерполяции, трехкаскадный фильтр

Для цитирования:

Савиных И. С., Чемасов Д. А. Вычислительная эффективность трехкаскадного интерполированного фильтра нижних частот // Радиопромышленность. 2018. Т. 28, № 4. С. 21-27. DOI: 10.21778/2413-9599-2018-28-4-21-27

© Савиных И. С., Чемасов Д. А., 2018



Computing efficiency of the three-stage interpolated low pass filters

I. S. Savinykh¹, D. A. Chemasov¹

¹ Novosibirsk State Technical University, Moscow, Russia

Undoubted advantages of finite impulse response filters are their unconditional stability, the absence of limit cycles and the possibility of implementing a filter that does not introduce phase distortion. The disadvantage of such filters is the large cost required to compute the response. This paper considers three-stage interpolated finite impulse response low-pass filters. The maximum values of the interpolation factors are determined. Dependences of the coefficient of computational efficiency and the coefficient of increase in the registers of the three-stage interpolated low-pass filter on the values of the interpolation factors, the widths of the passband and the transition band are obtained. Relations for determining the optimal values of interpolation factors corresponding to the maximal value of computational efficiency coefficient are obtained. In addition, the dependencies of the maximum coefficient of computational efficiency and the optimal coefficient of increase in the registers of the three-stage interpolated low-pass filter on the widths of the passband and the transition band at the optimum values of the interpolation factors are obtained. Considered three-stage interpolated low-pass filters should be used in the case when the required stopband is significantly less than the sampling rate. In this case, three-stage interpolated filters require less computational resources for calculating the response than the two-stage interpolated filters or filter implemented by the transversal structure.

Keywords: finite impulse response, interpolated filter, computational efficiency, interpolation factor, three-stage filter

For citation:

Savinykh I. S., Chemasov D. A. Computing efficiency of the three-stage interpolated low pass filters. Radiopromyshlennost, 2018, vol. 28, no. 4, pp. 21–27. (In Russian). DOI: 10.21778/2413-9599-2018-28-4-21-27

Введение

Одной из основных задач цифровой обработки сигналов является цифровая фильтрация [1–4]. Цифровые фильтры проектируют в виде дискретных фильтров с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ-фильтры) или с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтры) с последующим учетом эффектов конечной разрядности. Несомненными преимуществами КИХ-фильтров являются безусловная устойчивость, отсутствие предельных циклов и возможность реализации линейной фазочастотной характеристики (ФЧХ). Для БИХ-фильтров необходимо меньшее, чем для КИХ-фильтров, количество вычислений, чтобы рассчитать отклик фильтра. Однако они требуют проверки на устойчивость, оценку влияния эффектов конечной разрядности и в принципе не могут иметь линейную ФЧХ, т.е. всегда вносят фазовые искажения. При проектировании цифровых фильтров, вследствие указанных преимуществ КИХ-фильтров, чаще выбирают именно их [1–3].

Количество вычислений, требуемых для расчета отклика КИХ-фильтра, возрастает с уменьшением полосы перехода. Поэтому для узкополосных КИХ-фильтров, в том числе и для фильтров нижних частот (ФНЧ), является важной задачей сокращения вычислительных затрат [2–4].

В случае применения структуры с линейной фазовой характеристикой или каскадной структуры КИХ-фильтра количество операций умножения может быть сокращено приблизительно вдвое по сравнению с трансверсальной (прямой) структурой. Однако количество сложений для указанных структур приблизительно одинаковое [1–3]. При проектировании КИХ-фильтров, являющихся узкополосными ФНЧ, использование интерполированных фильтров позволяет существенно уменьшить количество вычислений, необходимых для расчета отсчетов выходного сигнала [5–9].

Ранее [10] был рассмотрен двухкаскадный интерполированный ФНЧ. Для него получено соотношение, позволяющее рассчитать максимальное значение коэффициента интерполяции, найдена зависимость оптимального коэффициента интерполяции от ширины полосы пропускания и полосы перехода. Кроме того, определено соотношение для расчета коэффициента вычислительной эффективности интерполированных ФНЧ для заданных значений коэффициента интерполяции, ширины полосы пропускания и полосы перехода.

По мере уменьшения полосы перехода и полосы пропускания, как было показано в [5], целесообразно увеличивать количество каскадов интерполированного фильтра, поскольку для более узкополосных фильтров это позволяет повысить вычислительную

эффективность. Фактически следующим шагом после рассмотрения двухкаскадного интерполированного фильтра является анализ трехкаскадного интерполированного фильтра. Первым каскадом такого фильтра, формирующим основную полосу пропускания, является ФНЧ с интерполированной импульсной характеристикой. Вторым каскадом также будет ФНЧ с интерполированной импульсной характеристикой. При этом второй каскад подавляет часть дополнительных полос пропускания, возникающих из-за интерполяции импульсной характеристики в первом каскаде. Последним каскадом трехкаскадного интерполированного фильтра является фильтр подавления побочных составляющих (ФППС). Этот фильтр также является ФНЧ и необходим для подавления дополнительных полос пропускания, возникающих из-за интерполяции импульсных характеристик в первом и втором каскадах. Интерполяция импульсной характеристики осуществляется путем добавления нулевых отсчетов между уже существующими. При этом происходит расширение импульсной характеристики и сжатие амплитудно-частотной. Поскольку амплитудно-частотная характеристика КИХ-фильтра является периодической, то при ее сжатии в рассматриваемом диапазоне частот (от нуля до половины частоты дискретизации) появляются дополнительные полосы пропускания (которые до сжатия амплитудно-частотной характеристики находились на частотах больше половины частоты дискретизации). Для интерполированной импульсной характеристики можно не рассчитывать отклик КИХ-фильтра в ее добавленных нулевых отсчетах, поэтому количество вычислений может стать меньше, чем у неинтерполированного фильтра [5, 6].

Перед применением при проектировании трехкаскадных интерполированных ФНЧ целесообразно убедиться в возможности их реализации для заданных параметров фильтра (полосы пропускания, заграждения и перехода) и в большей вычислительной эффективности по сравнению с трансверсальной структурой КИХ-фильтра. Поэтому необходимо определить максимальные значения коэффициентов интерполяции первых двух каскадов трехкаскадного интерполированного фильтра, а также получить зависимость коэффициента вычислительной эффективности этого фильтра от его параметров и коэффициентов интерполяции аналогично тому, как это было сделано для двухкаскадных интерполированных ФНЧ [10]. Кроме того, целесообразно определить оптимальные значения коэффициентов интерполяции, при которых коэффициент вычислительной эффективности принимает максимальное значение.

Цель работы – получение соотношений для определения максимальных и оптимальных значений

коэффициентов интерполяции трехкаскадного интерполированного ФНЧ, а также соотношений для расчета коэффициента вычислительной эффективности.

Определение коэффициента вычислительной эффективности

В процессе проектирования КИХ-фильтра одной из задач является определение коэффициентов фильтра, которые фактически являются отсчетами его импульсной характеристики $h[k]$. Отклик КИХ-фильтра при реализации его по трансверсальной структуре может быть рассчитан непосредственно из соотношения

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} h[k]x[n-k], \quad (1)$$

где $y[n]$, $x[n]$ – отсчеты соответственно выходного и входного сигналов; N – порядок фильтра.

Как было показано в [10], при вычислении отклика по соотношению (1) количество операций умножения, сложения и количество регистров (используемый объем памяти данных) можно считать равным порядку фильтра N .

Как говорилось ранее, трехкаскадный интерполированный ФНЧ представляет собой последовательное соединение двух каскадов с интерполированной импульсной характеристикой и ФППС. Все три каскада являются ФНЧ. Определим их порядки до интерполяции в символьном виде как $N_{L_{PF1}}$, $N_{L_{PF2}}$ и N_{MF} . При интерполировании импульсной характеристики первого каскада в $L1$ раз производится вставка $L1-1$ нулевого отсчета между каждой парой соседних изначальных отсчетов. При этом его амплитудно-частотная характеристика сжимается в $L1$ раз. Поскольку с нулевыми отсчетами импульсной характеристики можно не производить вычисления, то при результирующем порядке первого фильтра с интерполированной импульсной характеристикой $L1N_{L_{PF1}}$ требуемое количество операций умножения равно $N_{L_{PF1}}$, а количество операций сложения приблизительно составляет $N_{L_{PF1}}$. При этом отсчеты входного сигнала необходимо сохранять в количестве, соответствующем полному порядку фильтра, т.е. $L1N_{L_{PF1}}$. Для второго каскада интерполированного фильтра справедливо все, что было сказано для первого каскада, но требуется замена обозначений с $L1$ и $N_{L_{PF1}}$ на $L2$ и $N_{L_{PF2}}$. Интерполяция импульсной характеристики ФППС не производится. Поэтому в общем случае все отсчеты импульсной характеристики ФППС имеют ненулевые значения. Следовательно, для ФППС требуемое количество операций умножения, как и количество регистров, равно N_{MF} , а количество операций сложения приблизительно равно N_{MF} .

При применении интерполированного фильтра количество операций как сложения, так и умножения может быть сокращено [6, 10]. Для больших значений порядков КИХ-фильтров количество операций умножения и сложения, необходимых для вычисления отсчетов выходного сигнала, является приблизительно одинаковым. С аппаратной точки зрения сложнее осуществлять умножение, нежели сложение. Поэтому определим коэффициент вычислительной эффективности трехкаскадного интерполированного фильтра, как его коэффициент вычислительной эффективности по умножениям:

$$E = \frac{N}{N_{L_{PF1}} + N_{L_{PF2}} + N_{MF}}. \quad (2)$$

Вследствие применения второго каскада с интерполированной импульсной характеристикой и ФППС количество регистров в трехкаскадном интерполированном фильтре, как правило, увеличивается [6, 10]. Поэтому введем соотношение для коэффициента увеличения количества регистров

$$U = \frac{L1N_{L_{PF1}} + L2N_{L_{PF2}} + N_{MF}}{N}. \quad (3)$$

Как было показано в [10], для методов взвешивания и частотной выборки, а также для оптимального метода порядок КИХ-фильтра можно определить как

$$N = \frac{K}{\Delta f_{\text{trans}}}, \quad (4)$$

где K – коэффициент, определяемый используемым методом синтеза фильтра; Δf_{trans} – ширина полосы перехода фильтра, нормированная на частоту дискретизации.

Для первого каскада интерполированного фильтра полоса перехода должна быть равна полосе перехода неинтерполированного фильтра, поэтому с учетом (4) можно записать

$$L1N_{L_{PF1}} = \frac{K}{\Delta f_{\text{trans}}}, \quad N_{L_{PF1}} = \frac{K}{L1\Delta f_{\text{trans}}} \quad \text{и} \quad N_{L_{PF1}} = \frac{N}{L1}. \quad (5)$$

Поскольку первый каскад формирует полосу пропускания, то не только ширина его полосы перехода должна соответствовать заданной для интерполированного фильтра, но и ширины его полос пропускания и заграждения должны быть равны соответственно ширинам полос пропускания Δf_{BW} и заграждения Δf_{S} интерполированного фильтра:

$$\Delta f_{\text{trans}_{L_{PF1}}} = \Delta f_{\text{trans}}, \quad \Delta f_{\text{BW}_{L_{PF1}}} = \Delta f_{\text{BW}}, \quad \Delta f_{\text{S}_{L_{PF1}}} = \Delta f_{\text{S}}.$$

При интерполяции импульсной характеристики первого каскада его амплитудно-частотная характеристика сжимается, в результате этого появляются дополнительные полосы пропускания, которые необходимо подавить. Ближайшая дополнительная полоса пропускания первого каскада подавляется

во втором каскаде. При коэффициенте интерполяции импульсной характеристики первого каскада $L1$, учитывая, что все частоты являются нормированными на частоту дискретизации, ближайшая дополнительная полоса пропускания первого каскада, которую следует подавлять, находится в диапазоне $1/L1 \pm \Delta f_{\text{S}}$. Поэтому максимальное значение ширины полосы заграждения второго каскада может быть определено как ее граничное значение:

$$\Delta f_{\text{S}_{L_{PF2}}} = \frac{1}{L1} - \Delta f_{\text{S}}. \quad (6)$$

Согласно (4), минимальной порядок фильтра достигается при максимальном значении ширины полосы перехода и определяется как разность ширины полосы заграждения и ширины полосы пропускания. Однако ширина полосы пропускания второго каскада не может быть меньше полосы пропускания интерполированного фильтра Δf_{BW} . Поэтому примем значение ширины полосы пропускания второго каскада равной ширине полосы пропускания интерполированного фильтра:

$$\Delta f_{\text{BW}_{L_{PF2}}} = \Delta f_{\text{BW}}. \quad (7)$$

Тогда с учетом (6) и (7) ширина полосы перехода второго каскада может быть определена из следующего соотношения:

$$\begin{aligned} \Delta f_{\text{trans}_{L_{PF2}}} &= \Delta f_{\text{S}_{L_{PF2}}} - \Delta f_{\text{BW}_{L_{PF2}}} = \\ &= \frac{1}{L1} - \Delta f_{\text{S}} - \Delta f_{\text{BW}} = \frac{1}{L1} - \Delta f_{\text{trans}} - 2\Delta f_{\text{BW}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Аналогично (5), принимая во внимание, что во втором каскаде также производится интерполирование импульсной характеристики с коэффициентом интерполяции $L2$, получаем соотношение для определения порядка второго каскада:

$$N_{L_{PF2}} = \frac{K}{\left(\frac{1}{L1} - \Delta f_{\text{trans}} - 2\Delta f_{\text{BW}}\right)L2}. \quad (9)$$

При интерполяции импульсной характеристики второго каскада его амплитудно-частотная характеристика сжимается, в результате этого появляются дополнительные полосы пропускания, которые необходимо подавить в ФППС. При коэффициенте интерполяции импульсной характеристики второго каскада $L2$, учитывая, что все частоты являются нормированными на частоту дискретизации, ближайшая дополнительная полоса пропускания второго каскада, которую следует подавлять, находится в диапазоне $1/L2 \pm \Delta f_{\text{S}}$. Поэтому максимальное значение ширины полосы заграждения ФППС может быть определено как ее граничное значение:

$$\Delta f_{\text{S}_{MF}} = \frac{1}{L2} - \Delta f_{\text{S}}. \quad (10)$$

По соображениям, описанным выше, примем ширину полосы пропускания ФППС равной ширине полосы пропускания интерполированного фильтра:

$$\Delta f_{BW_{MF}} = \Delta f_{BW}. \quad (11)$$

Тогда с учетом (10) и (11) ширина полосы перехода ФППС может быть определена из соотношения

$$\begin{aligned} \Delta f_{trans_{MF}} &= \Delta f_{S_{MF}} - \Delta f_{BW_{MF}} = \frac{1}{L2} - \Delta f_S - \Delta f_{BW} = \\ &= \frac{1}{L2} - \Delta f_{trans} - 2\Delta f_{BW}. \end{aligned} \quad (12)$$

Аналогично (5) получаем соотношение для расчета порядка ФППС:

$$N_{MF} = \frac{K}{\frac{1}{L2} - \Delta f_{trans} - 2\Delta f_{BW}}. \quad (13)$$

В случае когда ширины полос заграждения второго каскада и интерполированного фильтра идентичны, из (6) находим максимальное значение коэффициента интерполяции первого каскада:

$$L1_{max} = \frac{1}{2\Delta f_S}. \quad (14)$$

В случае когда ширины полос заграждения ФППС и интерполированного фильтра идентичны, из (10) находим максимальное значение коэффициента интерполяции второго каскада:

$$L2_{max} = \frac{1}{2\Delta f_S}. \quad (15)$$

Следует отметить, что максимальные значения коэффициентов интерполяции, приведенные в (14) и (15), получены из условий, при которых не происходит уменьшения подавления в полосе заграждения за счет перекрытия амплитудно-частотных характеристик каскадов интерполированного фильтра. Однако использовать (14) и (15) для определения значений $L1$ и $L2$ нецелесообразно, поскольку вычислительная эффективность интерполированного фильтра в этом случае будет заведомо хуже, чем у неинтерполированного. Тогда ФППС будет иметь такой же порядок (в силу равенства полос пропускания и заграждения), как и неинтерполированный фильтр, а кроме того, также необходимо рассчитывать отклик от первых двух каскадов интерполированного фильтра.

С учетом (2), (4), (5), (9) и (13) коэффициент вычислительной эффективности трехкаскадного интерполированного ФНЧ

$$E = \frac{1}{\frac{1}{L1} + \frac{\Delta f_{trans}}{\left(\frac{1}{L1} - \Delta f_{trans} - 2\Delta f_{BW}\right)L2} + \frac{\Delta f_{trans}}{\frac{1}{L2} - \Delta f_{trans} - 2\Delta f_{BW}}}. \quad (16)$$

С учетом (3)–(5), (9) и (13) коэффициент увеличения количества регистров

$$U = 1 + \frac{\Delta f_{trans}}{\frac{1}{L1} - \Delta f_{trans} - 2\Delta f_{BW}} + \frac{\Delta f_{trans}}{\frac{1}{L2} - \Delta f_{trans} - 2\Delta f_{BW}}. \quad (17)$$

Из соотношений (16) и (17) видно, что коэффициент вычислительной эффективности и коэффициент увеличения количества регистров трехкаскадного интерполированного фильтра не зависят от коэффициента K , который определяют исходя из используемого метода расчета коэффициентов фильтра.

Коэффициенты интерполяции вычисляют до расчета коэффициентов фильтров и поэтому целесообразно определять их исходя из условия минимизации количества вычислений, требуемых для нахождения выходных отсчетов интерполированного фильтра.

Определение оптимальных коэффициентов интерполяции

Для определения оптимальных коэффициентов интерполяции найдем частные производные для коэффициента вычислительной эффективности (16) по $L1$ и $L2$ в общем случае и приравняем их к нулю:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial L1} &= \frac{\frac{\partial N}{\partial L1}(N_{L_{PF1}} + N_{L_{PF2}} + N_{MF})}{(N_{L_{PF1}} + N_{L_{PF2}} + N_{MF})^2} - \\ &- \frac{N\left(\frac{\partial N_{L_{PF1}}}{\partial L1} + \frac{\partial N_{L_{PF2}}}{\partial L1} + \frac{\partial N_{MF}}{\partial L1}\right)}{(N_{L_{PF1}} + N_{L_{PF2}} + N_{MF})^2} = 0; \end{aligned} \quad (18a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial L2} &= \frac{\frac{\partial N}{\partial L2}(N_{L_{PF1}} + N_{L_{PF2}} + N_{MF})}{(N_{L_{PF1}} + N_{L_{PF2}} + N_{MF})^2} - \\ &- \frac{N\left(\frac{\partial N_{L_{PF1}}}{\partial L2} + \frac{\partial N_{L_{PF2}}}{\partial L2} + \frac{\partial N_{MF}}{\partial L2}\right)}{(N_{L_{PF1}} + N_{L_{PF2}} + N_{MF})^2} = 0. \end{aligned} \quad (18b)$$

Поскольку N не зависит от $L1$ и $L2$, то частные производные N по $L1$ и $L2$ тождественно равны нулю, поэтому (18a) и (18b) можно записать в виде

$$\frac{\partial E}{\partial L1} = \frac{\partial N_{L_{PF1}}}{\partial L1} + \frac{\partial N_{L_{PF2}}}{\partial L1} + \frac{\partial N_{MF}}{\partial L1} = 0; \quad (19a)$$

$$\frac{\partial E}{\partial L2} = \frac{\partial N_{L_{PF1}}}{\partial L2} + \frac{\partial N_{L_{PF2}}}{\partial L2} + \frac{\partial N_{MF}}{\partial L2} = 0. \quad (19b)$$

Найдем все частные производные из соотношений (19a) и (19b):

$$\frac{\partial N_{L_{PF1}}}{\partial L1} = -\frac{K}{L1^2 \Delta f_{trans}}; \quad (20a)$$

$$\frac{\partial N_{\text{LPF1}}}{\partial L2} = 0; \quad (20б)$$

$$\frac{\partial N_{\text{LPF2}}}{\partial L1} = \frac{K}{\left(\frac{1}{L1} - \Delta f_{\text{trans}} - 2\Delta f_{\text{BW}}\right)^2} L2 \left(\frac{1}{L1}\right)^2; \quad (20в)$$

$$\frac{\partial N_{\text{LPF2}}}{\partial L2} = -\frac{K}{\left(\frac{1}{L1} - \Delta f_{\text{trans}} - 2\Delta f_{\text{BW}}\right) L2^2}; \quad (20г)$$

$$\frac{\partial N_{\text{MF}}}{\partial L1} = 0; \quad (20д)$$

$$\frac{\partial N_{\text{MF}}}{\partial L2} = \frac{K}{\left(\frac{1}{L2} - \Delta f_{\text{trans}} - 2\Delta f_{\text{BW}}\right)^2} \left(\frac{1}{L2}\right)^2. \quad (20е)$$

Решая (19а) и (19б), с учетом (20а) (20е) получаем оптимальные коэффициенты интерполяции первого и второго каскадов:

$$L1_{\text{opt}} = \frac{1}{\Delta f_{\text{trans}} + 2\Delta f_{\text{BW}} + \sqrt{\Delta f_{\text{trans}}}}; \quad (21а)$$

$$L2_{\text{opt}} = \frac{1}{2\Delta f_{\text{BW}} + \Delta f_{\text{trans}} + A\sqrt[4]{\Delta f_{\text{trans}}}}, \quad (21б)$$

где $A = 1/\sqrt[4]{L2_{\text{opt}}}$.

Из (21а) и (21б) можно определить оптимальные коэффициенты интерполяции трехкаскадного интерполированного ФНЧ следующим образом. Сначала задают ориентировочное значение (начальное приближение) $L2$, вычисляют параметр A и $L2_{\text{opt}}$ и т.д. до получения приемлемой точности $L2_{\text{opt}}$, а затем рассчитывают значение $L1_{\text{opt}}$. Поскольку реализуемы только целочисленные коэффициенты интерполяции, то количество итераций, необходимых для определения $L2_{\text{opt}}$, будет небольшим.

Исходя из (16), (21а) и (21б) максимальный коэффициент вычислительной эффективности интерполированного фильтра при оптимальных значениях коэффициентов интерполяции определяют из соотношения

$$E_{\text{max}} = \frac{1}{\Delta f_{\text{trans}} + 2\Delta f_{\text{BW}} + \frac{\Delta f_{\text{trans}}}{A\sqrt[4]{\Delta f_{\text{trans}}}} + 2\sqrt{\Delta f_{\text{trans}}(2\Delta f_{\text{BW}} + \Delta f_{\text{trans}} + A\sqrt[4]{\Delta f_{\text{trans}}})}}. \quad (22)$$

На основании (17), (21а) и (21б) коэффициент увеличения количества регистров интерполированного фильтра при максимальной вычислительной

эффективности и оптимальных значениях коэффициентов интерполяции равен

$$U_{\text{opt}} = 1 + \sqrt{\frac{\Delta f_{\text{trans}}}{2\Delta f_{\text{BW}} + \Delta f_{\text{trans}} + A\sqrt[4]{\Delta f_{\text{trans}}}}} + \frac{\Delta f_{\text{trans}}}{A\sqrt[4]{\Delta f_{\text{trans}}}}. \quad (23)$$

Анализируя (22) и (23), можно сделать вывод, что уменьшение ширины полосы пропускания и полосы перехода приводит к росту максимально возможного коэффициента вычислительной эффективности трехкаскадного интерполированного фильтра. Оптимальный же коэффициент увеличения количества регистров сокращается в основном только при уменьшении ширины полосы перехода трехкаскадного интерполированного фильтра.

Полученные соотношения для оптимальных коэффициентов интерполяции, указанные в (21а) и (21б), в общем случае приводят к дробному результату, что является не реализуемым. Коэффициент интерполяции, взятый без единицы, соответствует количеству нулевых отсчетов, которые вставляются между имеющимися отсчетами импульсной характеристики при ее интерполяции, и не может быть дробным. Поэтому при реализации интерполированного ФНЧ необходимо округлить значения полученных оптимальных коэффициентов интерполяции. Вследствие этого максимальная величина коэффициента вычислительной эффективности, приведенная в (22), является теоретическим пределом при заданных ширинах полос пропускания и перехода.

Математическое моделирование для случая узкополосного ФНЧ показало большую вычислительную эффективность трехкаскадного интерполированного фильтра по сравнению с двухкаскадным. Однако вопрос, в каких случаях целесообразно применять двухкаскадные интерполированные фильтры, а в каких трехкаскадные, остается открытым.

Выводы

Рассмотрена вычислительная эффективность узкополосных ФНЧ, реализуемых как трехкаскадные интерполированные КИХ-фильтры. Для этих фильтров получены соотношения, определяющие максимальные значения коэффициентов интерполяции. Найдена зависимость коэффициента вычислительной эффективности от параметров интерполированного ФНЧ: ширины полосы пропускания, ширины полосы перехода и значений коэффициентов интерполяции. Рассчитаны соотношения для определения оптимальных значений коэффициентов интерполяции и максимально возможного коэффициента вычислительной эффективности для заданных значений ширины полос пропускания и перехода. Кроме того, получено соотношение для расчета коэффициента увеличения количества регистров трехкаскадного интерполированного фильтра.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Ifeachor E. C., Jervis B. W.* Digital signal processing: a practical approach. N. Y., Prentice Hall, 2002, 933 p.
2. *Lyons R. G.* Understanding digital signal processing. N. Y., Prentice Hall, 2011, 954 p.
3. *Antoniou A.* Digital signal processing. McGraw-Hill, 2006, 966 p.
4. *Harris F.* Multirate signal processing for communication systems. N. Y., Prentice Hall, Upper Saddle River, 2004, 478 p.
5. *Neuvo Y., Dong C. Y., Mitra S. K.* Interpolated finite impulse response filters. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1984, vol. ASSP-32, pp. 563–570.
6. *Saramaki T., Neuvo Y., Mitra S. K.* Design of computationally efficient interpolated FIR filters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 1988, vol. 35, no. 1, pp. 70–88.
7. *Mehrnia A., Willson Jr. A. N.* On Optimal IFIR filter design. *Proc. of the 2004 International Symp. on Circuits and Systems (ISCAS)*, 2004, vol. 3, 23–26 May, pp. 133–136.
8. *Lyons R. G., ed.* Streamlining digital signal processing: a tricks of the trade guidebook. Wiley-IEEE Press, 2012, 496 p.
9. *Гладких М. О., Савиных И. С.* Полосовые интерполированные фильтры // Вопросы радиоэлектроники. 2017. № 4. С. 16–23.
10. *Савиных И. С., Чемасов Д. А.* Вычислительная эффективность интерполированного фильтра нижних частот // Радио-промышленность. 2018. № 2. С. 58–62. DOI: 10.21778/2413-9599-2018-2-58-62.

REFERENCES

1. *Ifeachor E. C., Jervis B. W.* *Digital signal processing: a practical approach*. N. Y., Prentice Hall, 2002, 933 p.
2. *Lyons R. G.* *Understanding digital signal processing*. N. Y., Prentice Hall, 2011, 954 p.
3. *Antoniou A.* *Digital signal processing*. McGraw-Hill, 2006, 966 p.
4. *Harris F.* *Multirate signal processing for communication systems*. N. Y., Prentice Hall, Upper Saddle River, 2004, 478 p.
5. *Neuvo Y., Dong C. Y., Mitra S. K.* Interpolated finite impulse response filters. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1984, vol. ASSP-32, pp. 563–570.
6. *Saramaki T., Neuvo Y., Mitra S. K.* Design of computationally efficient interpolated FIR filters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 1988, vol. 35, no. 1, pp. 70–88.
7. *Mehrnia A., Willson Jr. A. N.* On Optimal IFIR filter design. *Proc. of the 2004 International Symp. on Circuits and Systems (ISCAS)*, 2004, vol. 3, 23–26 May, pp. 133–136.
8. *Lyons R. G., ed.* Streamlining digital signal processing: a tricks of the trade guidebook. Wiley-IEEE Press, 2012, 496 p.
9. *Gladkikh M. O., Savinykh I. S.* Interpolated band pass filters. *Voprosy radioelektroniki*, 2017, no. 4, pp. 16–23. (In Russian).
10. *Savinykh I. S., Chemasov D. A.* Computing efficiency of the interpolated low pass filters. *Radiopromyshlennost*, 2018, no. 2, pp. 58–62. DOI: 10.21778/2413-9599-2018-2-58-62. (In Russian).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Савиных Иван Сергеевич, к.т.н., доцент кафедры радиоприемных и радиопередающих устройств, Новосибирский государственный технический университет, 630073, Новосибирск, просп. Карла Маркса, д.20, тел.: +7 (383) 346-15-46, e-mail: isavinykh@mail.ru.

Чемасов Дмитрий Алексеевич, магистрант кафедры радиоприемных и радиопередающих устройств, Новосибирский государственный технический университет, 630073, Новосибирск, просп. Карла Маркса, д.20, тел.: +7 (383) 346-15-46, e-mail: dm-95@mail.ru.

AUTHORS

Ivan S. Savinykh, Ph.D. (Engineering), associate professor of the Department of Radio Receiving and Radio Transmitting Devices, Novosibirsk State Technical University, 20, prospekt Karla Marksa, Novosibirsk, 630073, Russia, tel.: +7 (383) 346-15-46, e-mail: isavinykh@mail.ru.

Dmitry A. Chemasov, master's degree student of the Department of Radio Receiving and Radio Transmitting Devices, Novosibirsk State Technical University, 20, prospekt Karla Marksa, Novosibirsk, 630073, Russia, tel.: +7 (383) 346-15-46, e-mail: dm-95@mail.ru.

Поступила 29.08.2018; принята к публикации 19.09.2018; опубликована онлайн 23.11.2018.
Submitted 29.08.2018; revised 19.09.2018; published online 23.11.2018.