УДК 621.396.96 DOI 10.21778/2413-9599-2017-4-75-79

А. В. Киселев, М. А. Степанов

Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

ПЯТИТОЧЕЧНАЯ МОДЕЛЬ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ОБЪЕКТОВ, РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПО УГЛОВЫМ КООРДИНАТАМ

Рассмотрена пятиточечная геометрическая модель радиолокационного объекта, распределенного по угловым координатам. Четыре точки модели расположены в вершинах квадрата, пятая – в произвольном месте внутри квадрата. Точки модели излучают статистически не связанные нормальные случайные процессы с заданной дисперсией. Получены аналитические соотношения, позволяющие синтезировать модель исходя из критерия равенства параметров плотности распределения вероятности угловых шумов объекта и модели. Проанализированы возможности модели по замещению отражений от распределенных объектов. Показано, что пятиточечная модель допускает возможность раздельного управления параметрами плотности распределения вероятности угловых шумов по одному из направлений визирования. При этом для ортогонального направления модель вырождается в двухточечную и параметры плотности распределения вероятности угловых шумов оказываются связанными между собой.

Ключевые слова: *моделирование, имитация, радиолокация, угловые шумы.*

Для цитирования: Киселев А. В., Степанов М. А. Пятиточечная модель радиолокационных объектов, распределенных по угловым координатам // Радиопромышленность. 2017. № 4. С. 75–79.

A. V. Kiselev, M. A. Stepanov

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

FIVE-POINT MODEL OF RADAR OBJECTS DISTRIBUTED OVER ANGULAR COORDINATES

A five-point geometric model of radar object distributed over angular coordinates was considered. Four points of the model are located at the tips of the square, the fifth point – in any place inside the square. The points of the model emit the statistically unrelated normal random processes with a given variance. Analytic relationships were obtained that make it possible to synthesize the model proceeding from the criterion of equality for the parameters of density of probability distribution of angular noises of the object and the model. The possibilities of the model to replace the reflections from distributed objects were also analyzed. It is shown that the five-point model allows the separate control of the parameters of density of probability distribution of angular noises by one of the viewing directions. In this case, for the orthogonal direction – the model degenerates into a two-point direction, and the parameters of density of probability distribution of angular noises turn out to be interrelated.

Keywords: *modeling. simulation, radar, angular noise.*

For citation: Kiselev A. V., Stepanov M. A. Five-point model of radar objects distributed over angular coordinates. Radiopromyshlennost, 2017, no. 4, pp. 75–79 (In Russian).

DOI 10.21778/2413-9599-2017-4-75-79

Введение

Радиолокационным отражениям от распределенных объектов, помимо традиционно моделируемых параметров (форма и ширина допплеровского спектра, время прихода, распределение мгновенных значений), присущи свойства, определяемые геометрической структурой объекта [1–3]. Заключаются они в следующем. Объект представим множеством независимых отражающих точек. В пункте приема наблюдается интерференция отражений от них. Как следствие, флуктуирует и положение точки, из которой, как кажется, исходит излучение – положение кажущегося центра излучения (КЦИ). Эти флуктуации получили название «угловых шумов объекта» и характеризуются плотностью распределения вероятности (ПРВ) и спектрально-корреляционными свойствами [1].

В [1] показано, что плотность распределения углового шума определяется выражением

$$W(\xi)=\frac{\mu}{2\left(1+\mu^2(\xi-m)^2\right)^{3/2}},$$

где ξ – рассматриваемая угловая координата; m – математическое ожидание; μ – параметр, характеризующий ширину распределения.

Очевидно, что адекватная модель распределенного объекта должна обеспечивать ПРВ углового шума с параметрами m_M и μ_M, равными соответствующим параметрам распределения m_∞ и μ_∞ и от замещаемого объекта для двух взаимно ортогональных угловых координат – азимут и угол места.

Ниже рассматривается пятиточечная модель, представляющая собой четыре излучателя в вершинах прямоугольника, а пятый – в произвольном положении между ними, удовлетворяющая этим требованиям.

Цель работы – получить соотношения, позволяющие синтезировать и исследовать возможности такой модели по независимому управлению параметрами ПРВ угловых шумов.

Решение задачи

Рассмотрим плоскость XoY (см. рисунок). Совместим начала декартовой и полярной систем координат. Расстояние от излучающей точки до начала координат определяет размер модели и лежит в диапазоне [0; ∞]. Угол поворота определяет ориентацию модели. Он отсчитывается от горизонтальной оси oX и лежит в диапазоне [$-\pi$; π].

Обобщенная координата ξ, по которой производится пеленгация объекта, задается углом поворота θ относительно оси oX декартовой системы координат. Угол θ лежит в диапазоне [$-\pi$; π]. Например, при совпадении координатной оси ξ с осью oX можно говорить о пеленгации объекта в азимутальной плоскости, а при совпадении направления с осью oY – в угломестной.

Разместим на координатной плоскости пять излучающих точек так, чтобы четыре из них лежали в вершинах прямоугольника со сторонами, параллельными осям декартовой системы координат, а пятая лежала внутри прямоугольника. Их координаты в полярной системе: $(L_1,\psi_1)=(L,\psi)$; $(L_2,\psi_2)=(L,\pi-\psi)$; $(L_3,\psi_3)=(L,-\psi)$; $(L_4,\psi_4)=(L,-\pi+\psi)$; (L_5,ψ_5).

Из рисунка видно, что проекции излучающих точек на оси oX ($\theta=0$) и oY ($\theta=\frac{\pi}{2}$) образуют трехто-

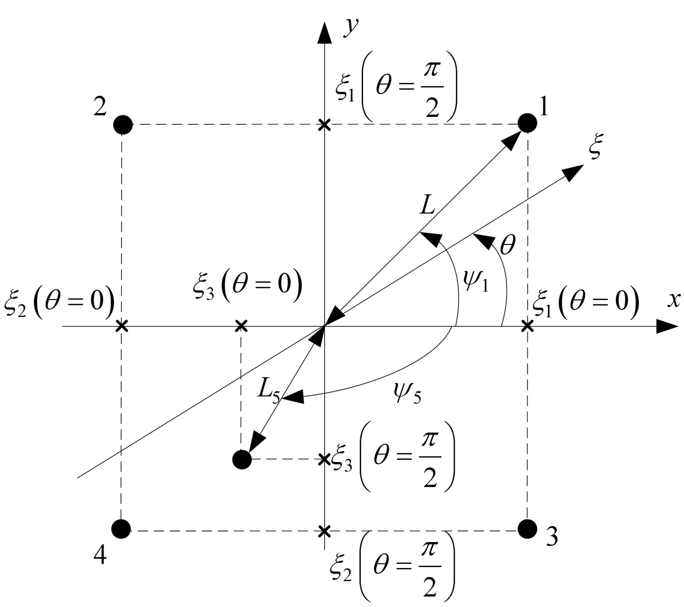

Рисунок. Пятиточечная геометрическая модель чечные модели, подробно исследованные в [4], где, в частности, показано, что им присуща возможность раздельного управления параметрами ПРВ угловых шумов.

Параметры получаемых трехточечных моделей при $\theta = 0$:

$$\begin{cases} \xi_1 = L\cos(\psi) \\ \xi_2 = -L\cos(\psi) \\ \xi_3 = L_5\cos(\psi_5) \\ \sigma_{M1}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_3^2 \\ \sigma_{M2}^2 = \sigma_2^2 + \sigma_4^2 \\ \sigma_{M3}^2 = \sigma_5^2 \end{cases} \quad (1)$$

при $\theta = \frac{\pi}{2}$:

$$\begin{cases} \xi_1 = L\sin(\psi) \\ \xi_2 = -L\sin(\psi) \\ \xi_3 = L_5\sin(\psi_5) \\ \sigma_{M1}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \\ \sigma_{M2}^2 = \sigma_3^2 + \sigma_4^2 \\ \sigma_{M3}^2 = \sigma_5^2 \end{cases} \quad (2)$$

Математическое ожидание и параметр μ моделей определяются при подстановке соответствующих величин из систем (1) и (2) в соотношения, приведенные в [4], где рассмотрена одномерная трехточечная модель:

$$\begin{cases} m = \dfrac{\sigma_{M1}^2\xi_1 + \sigma_{M2}^2\xi_2 + \sigma_{M3}^2\xi_3}{\sigma_{M3}^2 + \sigma_{M2}^2 + \sigma_{M1}^2} \\ \mu^2 = \dfrac{\sigma_{M3}^2 + \sigma_{M2}^2 + \sigma_{M1}^2}{\sigma_{M1}^2\xi_1^2 + \sigma_{M2}^2\xi_2^2 + \sigma_{M3}^2\xi_3^2 - -m^2\left(\sigma_{M3}^2 + \sigma_{M2}^2 + \sigma_{M1}^2\right)} \end{cases}$$

Получим выражения для синтеза пятиточечной модели по заданным параметрам ПРВ угловых шумов по двум произвольным ортогональным направлениям θ и $\theta + \frac{\pi}{2}$. Для этого запишем систему уравнений. Первые два уравнения системы определяют равенство параметров ПРВ угловых шумов по одному произвольному направлению визирования, третье и четвертое – для ортогонального направления, пятое уравнение определяет равенство мощностей моделируемого сигнала модели и эхо-сигнала от замещаемого объекта.

Неизвестными величинами в этой системе являются σ_i^2 – дисперсии сигналов, подводимых к точкам модели. Определитель матрицы, составленной из коэффициентов получившейся системы линейных уравнений, при любом значении θ тождественно равен нулю, что говорит о наличии бесконечного множества решений [5].

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{5}\left(m(\theta) - L_{ПРi}(\theta)\right)\sigma_i^2 = 0 \\ \sum\limits_{i=1}^{5}\left(\dfrac{1}{\mu^2(\theta)} - L_{ПРi}^2(\theta) + m^2(\theta)\right)\sigma_i^2 = 0 \\ \sum\limits_{i=1}^{5}\left(m\left(\theta + \dfrac{\pi}{2}\right) - L_{ПРi}\left(\theta + \dfrac{\pi}{2}\right)\right)\sigma_i^2 = 0 \\ \sum\limits_{i=1}^{5}\left(\dfrac{1}{\mu^2\left(\theta + \dfrac{\pi}{2}\right)} - L_{ПРi}^2\left(\theta + \dfrac{\pi}{2}\right) + m^2\left(\theta + \dfrac{\pi}{2}\right)\right)\sigma_i^2 = 0 \\ \sum\limits_{i=1}^{5}\sigma_i^2 = \sigma_H^2 \end{cases}$$

Рассмотрим частные случаи: $\theta = 0$ и $\theta = \frac{\pi}{2}$. При этом, как говорилось ранее, проекции излучающих точек на обобщенную координату образуют трехточечную модель с параметрами, определяемыми (1) и (2). Поэтому синтез можно проводить для двух ортогональных направлений раздельно, составив систему и подставляя в нее выражения (1) или (2) для соответствующего направления обобщенной координаты:

$$\begin{cases} (m-\xi_1)\sigma_{M1}^2 + (m-\xi_2)\sigma_{M2}^2 + (m-\xi_3)\sigma_5^2 = 0; \\ \left(\dfrac{1}{\mu^2} - \xi_1^2 + m^2\right)\sigma_{M1}^2 + \left(\dfrac{1}{\mu^2} - \xi_2^2 + m^2\right)\sigma_{M2}^2 + \\ +\left(\dfrac{1}{\mu^2} - \xi_3^2 + m^2\right)\sigma_5^2 = 0; \\ \sigma_{M1}^2 + \sigma_{M2}^2 + \sigma_5^2 = \sigma_H^2. \end{cases}$$

Таким образом, для каждого из ортогональных направлений обобщенной координаты получена система линейных алгебраических уравнений из трех уравнений с тремя неизвестными параметрами σ_{M1}^2, σ_{M2}^2 и σ_3^2. Решение этой СЛАУ:

$$\begin{cases} \sigma_{M1}^2 = \dfrac{\sigma_H^2\left(\mu^2m^2 + \xi_2\xi_3\mu^2 - \xi_2\mu^2m - \xi_3\mu^2m + 1\right)}{\mu^2(\xi_1 - \xi_2)(\xi_1 - \xi_3)} \\ \sigma_{M2}^2 = \dfrac{-\sigma_H^2\left(\mu^2m^2 + \xi_1\xi_3\mu^2 - \xi_1\mu^2m - \xi_3\mu^2m + 1\right)}{\mu^2(\xi_1 - \xi_2)(\xi_2 - \xi_3)} \\ \sigma_5^2 = \dfrac{\sigma_H^2\left(\mu^2m^2 + \xi_1\xi_2\mu^2 - \xi_1\mu^2m - \xi_2\mu^2m + 1\right)}{\mu^2(\xi_1 - \xi_3)(\xi_2 - \xi_3)} \end{cases}$$

Из полученных соотношений видно, что пятиточечная геометрическая модель позволяет раздельно управлять параметрами ПРВ угловых шумов по двум ортогональным направлениям. Параметры ПРВ при $\theta = 0$ определяются суммой дисперсий сигналов $\sigma_1^2 + \sigma_3^2$ и $\sigma_2^2 + \sigma_4^2$, а также дисперсией σ_5^2, а при $\theta = \frac{\pi}{2}$ – суммой дисперсий $\sigma_1^2 + \sigma_2^2$ и $\sigma_3^2 + \sigma_4^2$ и σ_5^2.

Для одномерных трехточечных моделей границы диапазона, в котором возможно раздельное управление параметрами m и μ, определяются соотношениями [4]

$$\begin{cases} \mu \le \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{-(m-\xi_2)(m+\xi_3)}} \\ \dfrac{1}{\sqrt{-(m-\xi_3)(m+\xi_1)}} \end{cases} \\ \mu \ge \dfrac{1}{\sqrt{-(m-\xi_2)(m+\xi_1)}} \end{cases} \qquad (3)$$

Однако в случае двумерной модели к условию (3) должно добавиться еще одно соотношение – $\sigma_5^2(0) = \sigma_5^2\left(\frac{\pi}{2}\right)$. Его можно переписать через параметры модели (для краткости записи проекции на направление обобщенной координаты при $\theta = 0$ обозначены индексами X, при $\theta = \frac{\pi}{2}$ – индексами Y):

$$\frac{\sigma_H^2\left(\mu_X^2 m_X^2 + \xi_{1X}\xi_{2X}\mu_X^2 - \xi_{1X}\mu_X^2 m_X - \xi_{2X}\mu_X^2 m_X + 1\right)}{\mu_X^2(\xi_{1X} - \xi_{3X})(\xi_{2X} - \xi_{3X})} = \frac{\sigma_H^2\left(\mu_Y^2 m_Y^2 + \xi_{1Y}\xi_{2Y}\mu_Y^2 - \xi_{1Y}\mu_Y^2 m_Y - \xi_{2Y}\mu_Y^2 m_Y + 1\right)}{\mu_Y^2(\xi_{1Y} - \xi_{3Y})(\xi_{2Y} - \xi_{3Y})}.$$

После преобразований получим

$$\frac{L^2\sin^2(\psi) - L_5^2\sin^2(\psi_5)}{L^2\cos^2(\psi) - L_5^2\cos^2(\psi_5)} = \frac{\mu_X^2\left(\mu_Y^2 m_Y^2 - L^2\sin^2(\psi)\mu_Y^2 + 1\right)}{\mu_Y^2\left(\mu_X^2 m_X^2 - L^2\cos^2(\psi)\mu_X^2 + 1\right)}. \qquad (4)$$

Соотношение (4) определяет ограничения, накладываемые конфигурацией пятиточечной модели, на области независимого управления параметрами ПРВ угловых шумов по двум взаимно ортогональным направлениям обобщенной координаты. Независимое управление параметрами ПРВ угловых шумов по двум ортогональным направлениям возможно лишь при выполнении равенства (4).

Полученное выражение несложно преобразовать к виду

$$\mu_Y = \frac{1}{\sqrt{\begin{array}{l} L^2\sin^2(\psi) + \dfrac{L^2\sin^2(\psi) - L_5^2\sin^2(\psi_5)}{L^2\cos^2(\psi) - L_5^2\cos^2(\psi_5)} \times \\ \times\left(m_X^2 - L^2\cos^2(\psi) + \dfrac{1}{\mu_X^2}\right) - m_Y^2 \end{array}}}.$$

Это выражение говорит о взаимосвязи границ областей допустимых значений параметров ПРВ угловых шумов по одной из координат при заданных m и μ по другой. Так, например, если по одной из координат область допустимых значений, которые могут принимать параметры ПРВ угловых шумов, определяется системой уравнений (3) и соответствует трехточечной модели, то по второй координате модель, по сути, сводится к двухточечной, с величиной базы (расстоянием между излучателями), равной

$$B_Y = 2\sqrt{\begin{array}{l} L^2\sin^2(\psi) + \dfrac{L^2\sin^2(\psi) - L_5^2\sin^2(\psi_5)}{L^2\cos^2(\psi) - L_5^2\cos^2(\psi_5)} \times \\ \times\left(m_X^2 - L^2\cos^2(\psi) + \dfrac{1}{\mu_X^2}\right). \end{array}}$$

Таким образом, по второй координате появляется жесткая взаимосвязь параметров m и μ, свойственная двухточечной модели.

Заключение

Рассмотрена пятиточечная геометрическая модель. Получены соотношения, позволяющие осуществлять ее синтез по заданным параметрам ПРВ угловых шумов.

Показано, что области допустимых значений, которые могут принимать параметры ПРВ угловых шумов, взаимосвязаны для двух взаимно ортогональных направлений. Задание параметров ПРВ угловых шумов по одной из координат влечет за собой ограничение области допустимых значений по второй координате до возможностей двухточечной модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Островитянов Р. В., Басалов Ф. А. Статистическая теория радиолокации протяженных целей. М.: Радио и связь. 1982. 232 с.
2. Штагер Е. А. Рассеяние радиоволн на телах сложной формы. М.: Радио и связь. 1986. 184 с.
3. Справочник по радиолокации / под. ред. М. И. Сколника; пер. с англ. под ред. В. С. Вербы. В 2 кн. Кн. 2. М.: Техносфера, 2014. Т. 2. 680 с.
4. Никулин А. В., Киселев А. В., Тырыкин С. В. Малоточечная модель протяженного отражающего объекта: доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации, 2015. С. 78–88.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). 4-е изд. М.: Наука, 1978. 832 с.

REFERENCES

1. Ostrovityanov R. V., Basalov F. A. *Statisticheskaja teorija radiolokacii protjazhennyh celej* [Statistical theory of the radar of extended targets]. Moscow, Radio i svyaz Publ., 1982, 232 p. (In Russian).
2. Shtager E. A. *Rassejanie radiovoln na telah slozhnoj formy* [Scattering of radio waves on bodies of complex shape]. Moscow, Radio i svyaz Publ., 1986, 184 p. (In Russian).
3. *Spravochnik po radiolokacii* [Directory of radar]. In: M. I. Skolnik, ed.; Trans. from eng. In: V. S. Verby, ed. V 2 kn. Kn 2. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2014, vol. 2, 680 p. (In Russian).
4. Nikulin A. V., Kiselev A. V., Tyrykin S. V. A small-point model of extended reflecting object. *Doklady Akademii nauk vysshey shkoly Rossiyskoy Federatsii,* 2015, pp. 78–88 (In Russian).
5. Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike (dlja nauchnyh rabotnikov i inzhenerov)* [Handbook of Mathematics (for research scientists and engineers)]. 4-e izd. Moscow, Nauka Publ., 1978, 832 p. (In Russian).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Киселев Алексей Васильевич, д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Радиоприемных и радиопередающих устройств», Новосибирский государственный технический университет, 630073, Новосибирск, пр-т Карла Маркса, д. 20, тел.: 8 (383) 346-15-46, e-mail: nil_rtu@ngs.ru.
Степанов Максим Андреевич, к.т.н., доцент, кафедра радиоприемных и радиопередающих устройств, Новосибирский государственный технический университет, 630073, Россия, Новосибирск, пр-т Карла Маркса, д. 20, тел.: 8 (383) 346-15-46, e-mail: m.stepanov@corp.nstu.ru.

AUTHORS

Kiselev Aleksey, PhD, professor, head of Departament of Radio receiving and transmitting devices, Novosibirsk State Technical University, 20, prospect Karla Marksa, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, tel.: +7 (383) 346-15-46, e-mail: nil_ngs@ngs.ru.
Stepanov Maksim, PhD, associate professor, Departament of Radio receiving and transmitting devices, Novosibirsk State Technical University, 20, prospect Karla Marksa, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, tel.: +7 (383) 346-15-46. e-mail: m.stepanov@corp.nstu.ru.