Для цитирования: Радиопромышленность. – 2016. – № 2. – С. 47–50.
УДК 623.746

А. Е. Парненков[1]

[1] АО «НПП “Радар ммс”»

ЭТАПЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РАЗВИТИЯ СИСТЕМЫ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

В статье строится вариационная модель прогнозирования развития комбинированной системы летательных аппаратов, способная дать наибольший эффект в мирное время и в период чрезвычайной ситуации.

Ключевые слова: *летательный аппарат, транспортные системы, прогнозирование, оптимальная траектория.*

Система летательных аппаратов (СЛА) представляет собой совокупность летательных аппаратов (ЛА), оснащенных соответствующими средствами обеспечения полетов, отличающихся параметрами или назначением (или и тем и другим) и функционирующих для достижения единой цели.

При выбранных способах и условиях применения ЛА свойства СЛА определяются числом вариантов ЛА n, вектором числа ЛА$_i$ i-го варианта $x=\{xi\}$, i = 1, 2,…, n, критериями функциональной и экономической эффективности.

Развитие СЛА состоит в создании и внедрении новых ЛА. Прогноз развития СЛА на будущем отрезке времени $0 \le t \le T$ характеризуется векторной функцией $x(t) = \{x_i(t)\}$. Задача заключается в том, чтобы найти оптимальный прогноз, т.е. траекторию развития СЛА $x_{opt}(t)$. Если в результате решения задачи окажется, что $x_{n\ opt} = 0$, то это будет означать, что ЛА n-го варианта системе не нужен, так как является неперспективным.

Оптимальная траектория развития СЛА находится с помощью решения вариационной задачи. Возможно несколько вариантов формулировок вариационных задач (моделей). Вариант задачи определяется видом прогнозируемой СЛА и целями ее развития. Вид СЛА и цель развития определяются тем, в какой момент времени в будущем предполагается применить систему. По этому признаку все СЛА можно разделить на три группы.

1. Специальные СЛА (ССЛА), применение которых предполагается в неопределенный момент времени $t = T$ (T – глубина прогнозирования). К ССЛА относятся системы летательных аппаратов санитарного и пожарного применения, различные комбинации этих систем, отдача от которых ожидается в будущий момент времени T (возникновение чрезвычайной ситуации). Время $0 \le t < T$ – мирное, время $t \ge T$ – период чрезвычайной ситуации. Целью развития ССЛА является получение системы, способной дать наибольший эффект в период чрезвычайной ситуации.

2. Транспортные СЛА (ТСЛА), применение которых предполагается в каждый момент будущего времени $0 \le t \le T$. К ним относятся системы транспортных самолетов, системы гражданских ЛА, различные комбинации этих систем, отдача от которых ожидается с момента их формирования на будущем отрезке времени. Целью развития ТСЛА является получение системы, способной дать наибольший эффект в мирное время.

3. Комбинированные СЛА (КСЛА), применение которых предполагается и в мирное время, и в период чрезвычайной ситуации. КСЛА представляют собой сочетание специальных и транспортных систем. Целью развития КСЛА является получение системы, способной дать наибольший эффект в мирное время и в период чрезвычайной ситуации.

Вариационные модели прогнозирования ССЛА и ТСЛА рассматривались в работах [1; 2].

Далее построим вариационную модель прогнозирования развития КСЛА.

Процесс развития СЛА описывается системой дифференциальных уравнений [1]:

$$\frac{dx_i}{dt} = q_i(x,t)u_i(t) - \omega_i(t)x_i(t) = Q_i(x,u_i), \qquad (1)$$

где i = 1, 2, …, n с ограничениями на управляющие функции, представляющие собой долю ассигнований, выделяемую в момент t на производство i–го ЛА (ЛА$_i$):

$$0 \le u_i(t) \le 1, \quad \sum_{i=1}^{n} u_i(t) = 1, \qquad (2)$$

где координатные переменные – $x_i(t) \ge 0;$ $g(x_i(t)) \ge 0;$ начальные условия: при $t = 0$, $x_i = x_i^0(0)$, $i = 1, 2,\ldots, n^0$; n^0 – количество вариантов серийных ЛА$_i$; при $t = t_{разр}$ (время окончания разработки ЛА$_i$) $x_i = x_i(t_{разр}) = 0$, $i = n^0 + 1, n^0 + 2,\ldots, n$, $(n - n^0)$ – количество вариантов новых ЛА$_i$.

В уравнениях (1) q_i можно выразить

$$q_i = \frac{f(t) - \sum_{i=1}^{n} C_{0\ i}^{Э}(x_i t) x_i(t)}{C_i(x_i t)},$$

где $f(t) = \dfrac{dC^C(t)}{dt}$ – интенсивность ассигнований на развитие СЛА; $C_i(x_i, t)$ – стоимость создания (разработки и серийного производства) ЛА$_i$; $C_{0\ i}^{Э} = C_i^{Э} - \alpha\ C_i^{П} \omega_i^{П}$; $C_i^{Э}$, $C_i^{П}$, и $\omega_i^{П}$ – стоимость эксплуатации в единицу времени, продажи и интенсивность продажи ЛА$_i$ за рубеж, α – доля дохода на развитие СЛА; $\omega_i = \omega_i^{П} + \omega_i^{Г}$ – суммарная интенсивность отходов ЛА$_i$ из-за продажи $\omega_i^{П}$ и гибели $\omega_i^{Г}$.

Определение оптимальной траектории (оптимального прогноза) $x_i(t)$ сводится к определению оптимального управления $u_i(t)$ и последующего интегрирования уравнения (1).

В качестве функционала $Э_K^C$ для нахождения оптимального управления $u_i(t)$ КСЛА выбираем взвешенную сумму критериев, учитывающих функционирование системы в мирное время – функционал $Э_T^C$ ТСЛА [1] и в период чрезвычайной ситуации – функционал $Э_Б^C$ ССЛА [2]:

$$Э_K^C = \beta_T k_T Э_T^C + \beta_Б k_Б Э_Б^C, \tag{3}$$

где β_T и $\beta_Б$, $\beta_T + \beta_Б = 1$ – коэффициенты значимости выполняемых КСЛА транспортных и специальных задач; k_T, $k_Б$ – коэффициенты, обеспечивающие безразмерность величин $k_T Э_T^C$ и $k_Б Э_Б^C$, что необходимо, поскольку размерность $Э_T^C$ и разная $Э_Б^C$ (размерность $Э_T^C$ – тонно-километры перевезенных ТСЛА грузов, $Э_Б^C$ – количество разведанных (определение очага пожара) ССЛА целей).

Коэффициенты k_T, и $k_Б$ строим в форме величин, обратных оптимальным значениям функционалов развития ТСЛА и ССЛА:

$$k_T = \frac{1}{Э_{T\,opt}^C};\ \ k_Б = \frac{1}{Э_{Б\,opt}^C}. \tag{4}$$

Таким образом, величины

$$k_T Э_T^C = \frac{Э_T^C}{Э_{T\,opt}^C} < 1,\ \ k_Б Э_Б^C = \frac{Э_Б^C}{Э_{Б\,opt}^C} < 1$$

безразмерные, безразмерен и функционал $Э_K^C$.

Определим функционалы $Э_T^C$ и $Э_T^C$ [1]:

$$Э_T^C = \int_0^T \sum_{i=1}^{n} a_i x_i dt, \tag{5}$$

где a_i – интенсивность функционирования ЛА$_i$ транспортного вида.

Для транспортного самолета a_i может иметь вид

$$a_i = \nu_i \frac{m_{Hi} L_i}{t_{pi}},$$

где ν_i – летная доля суток; m_{Hi} – масса перевозимой ЛА$_i$ нагрузки; L_i – дальность полета; $t_{pi} = t_{пол\ i} + t_{пасс\ i}$ – время рейса, состоящее из полетного и пассивного времени.

$$Э_Б^C = \int_0^T \sum_{i=1}^{n} \tilde{Э}_i (q_i u_i - \omega_i x_i) dt, \tag{6}$$

где $\tilde{Э}_i = \dfrac{\partial Э_Б^C}{\partial x_i}$ – критерий эффективности каждого ЛА$_i$, функционирующего в системе.

Подставляя (5) и (6) в формулу (3), получаем

$$Э_K^C = \int_0^T \sum_{i=1}^{n} \beta_Б k_Б \tilde{Э}_i (q_i u_i - \tilde{\omega}_i x_i) dt, \tag{7}$$

где $\tilde{\omega}_i = k_i \omega_i$, $k_i = 1 - \dfrac{\beta_T k_T a_i}{\beta_Б k_Б \tilde{Э}_i \omega_i}$; k_T и $k_Б$ – коэффициенты, которые определяются по формулам (4).

Входящие в k_T и $k_Б$ оптимальные значения функционалов соответственно $Э_{T\,opt}^C$, характеризующего выполнение КСЛА только функций ТСЛА, и $Э_{Б\,opt}^C$, характеризующего выполнение КСЛА только функций ССЛА, определяются из соотношений [1]

$$Э_{T\,opt}^C = \int_0^T \sum_{i=1}^{n} a_i x_i (u_{i\,opt}) dt, \tag{8}$$

где $u_{i\,opt} = \arg\max\limits_{u_i} Э_T^C \left[\{ x_i(u_i) \} \right]$;

$$Э_K^C = \int_0^T \sum_{i=1}^{n} \tilde{Э}_i \left[q_i(\{x_{i\,opt}\}) u_{i\,opt} - \tilde{\omega}_i x_{i\,opt} \right] dt, \tag{9}$$

где $u_{i\,opt} = \arg\max\limits_{u_i} Э_Б^C \left[\{ x_i(u_i) \}, \{ u_i \} \right]$.

Оптимальное управление развитием КСЛА определяется максимизацией функционала (7) при ограничениях (1) и (2):

$$u_{i\,opt} = \arg\max_{u_i} Э_K^C \left[\{ x_i(u_i) \}, \{ u_i \} \right]. \tag{10}$$

Поскольку функционалы развития КСЛА (7) и ССЛА (6) структурно совпадают, то в качестве решения (10) при (1) и (2) используем решение (9) (с учетом отличия между ω_i и $\tilde{\omega}_i$, $\tilde{Э}_i$ и $\beta_Б k_Б \tilde{Э}_i$), опубликованное в [1]. Вот оно:

$$u_{i\,opt} = \begin{cases} 1, & если \quad \varepsilon_i = \max \\ 0, & если \quad \varepsilon_i \neq \max \end{cases} \quad \text{для } 0 \le t \le T, \tag{11}$$

$$\varepsilon_i = \frac{\varphi_i(t)}{C_i} + \frac{\tilde{Э}_i}{C_i}, \tag{12}$$

где ε_i – коэффициент значимости i-го ЛА$_i$ (динамический критерий сравнения ЛА$_i$ и ЛА$_j$, $i, j = 1, 2, \ldots, n$, $i \neq j$).

Если на некотором отрезке времени $\Delta t_j \in [0,\ T]$ $\varepsilon_j(t) > \varepsilon_i(t)$, то ЛА$_i$ предпочтительнее ЛА$_j$ и КСЛА образуется из сочетания ЛА$_j$ и ЛА$_i$. Переход с производства ЛА$_j$ на ЛА$_i$ происходит в момент времени $t_{пер}$, определяемый из уравнения: $\varepsilon_j(t_{пер}) = \varepsilon_i(t_{пер})$.

Функции $\varphi_i(t)$ определяются интегрированием сопряженных уравнений:

$$\frac{d\varphi_i}{dt} = -Q_0 - \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial Q_i}{\partial x_i},\ i = 1, 2, \ldots, n \qquad (13)$$

с граничными условиями при $t = T$: $\varphi_1(T) = \varphi_2(T) = \ldots = \varphi_n(T) = 0$.

В уравнениях

$$Q_0 = \sum_{i=1}^{n} \beta_Б k_Б \tilde{Э}_i (q_i u_i - \tilde{\omega}_i x_i),$$

$Q_i = q_i u_i - \omega_i x_i$ – правые части уравнений развития (1).

Таким образом, задача определения оптимального управления $u_{i\,opt}(t)$ сводится к определению значений коэффициентов значимости ЛА$_i$ $\varepsilon_i(t)$ и, значит, к интегрированию сопряженных уравнений (13). Для решения поставленной задачи надо знать критерий эффективности КСЛА $Э_Б^C\left(\{Э_i\}\right)$ и каждого ЛА$_i$ $Э_i(t)$ при выполнении ими задачи в период чрезвычайной ситуации; интенсивность функционирования ЛА$_i$ $a_i(t)$ при выполнении КСЛА транспортной задачи в мирное время; стоимости создания $C_i(t)$, продажи за рубеж $C_i^П$, годовой эксплуатации $C_i^Э(t)$; интенсивность продажи $\omega_i^П$ и гибели $\omega_i^Г$ ЛА$_i$, а также закон ассигнований на развитие системы ЛА $C^C(t)$. Все указанные характеристики зависят от будущего времени t и большинство из них – от количества ЛА$_i$ x_i.

Полагая, что КСЛА может быть создана из двух ЛА, – ЛА$_1$ и ЛА$_2$ (i = 1, 2), параметры $Э_i$, a_i, C_i, $C_i^П$, $C_i^Э$, $\tilde{\omega}_i$ постоянны, $Э_Б^C = Э_1 x_1 + Э_2 x_2$, $\tilde{Э}_i = \frac{\partial Э_Б^C}{\partial x_i} = Э_i$, $C^C = C_0^C + ft$, где $f = \frac{dC^C}{dt} = const.$

Применение соотношений (11)–(13) позволит найти вариант оптимального управления.

$$u_1(t) = \begin{cases} 1,\ 0 \le t \le t_{пер}, & \varepsilon_1(t) > \varepsilon_2(t) \\ 0,\ t_{пер} \le t \le T, & \varepsilon_1(t) < \varepsilon_2(t) \end{cases}, \qquad (14)$$

$$u_2(t) = \begin{cases} 0,\ 0 \le t < t_{пер}, & \varepsilon_2(t) > \varepsilon_1(t) \\ 1,\ t_{пер} \le t \le T, & \varepsilon_2(t) < \varepsilon_1(t) \end{cases}.$$

Время перехода с производства ЛА$_1$ на производство ЛА$_2$ вычисляется по формуле

$$t_{пер} = T + \frac{C_2}{C_{0\,2}^Э - C_2(\tilde{\omega}_1 - \tilde{\omega}_2)} \ln\left[\frac{\dfrac{Э_1}{Э_2} - \dfrac{C_{0\,1}^Э}{C_{0\,2}^Э - C_2(\tilde{\omega}_1 - \tilde{\omega}_2)}}{\dfrac{C_1}{C_2} - \dfrac{C_{0\,1}^Э}{C_{0\,2}^Э - C_2(\tilde{\omega}_1 - \tilde{\omega}_2)}}\right], \qquad (15)$$

где $C_{0\,i}^Э = C_i^Э - \alpha\ C_i^П \omega_i^П$.

Интегрирование уравнений (1) при оптимальных управлениях $u_1(t)$ и $u_2(t)$ дает оптимальную траекторию развития КСЛА:

для $0 \le t < t_{пер}$ $$x_1(t) = \frac{k_{11}}{k_{12}} - \frac{k_{11} - k_{12} x_1^0}{k_{12}} e^{-k_{12} t}; \qquad (16)$$

$$x_2(t) = 0,$$

где $k_{11} = \frac{t}{C_1}$; $k_{12} = \frac{C_{0\,1}^Э}{C_1} + \omega_1$;

для $t_{пер} \le t \le$ Т $$x_1(t) = x_1^{пер} e^{-\omega_1 (t - t_{пер})}; \qquad (17)$$

$$x_2(t) = \frac{k_{21}}{k_{22}} - \frac{C_{0\,1}^Э x_1^{пер}}{C_2(k_{22} - \omega_1)} e^{-\omega_1(t - t_{пер})} - \left(\frac{k_{21}}{k_{22}} - \frac{C_{0\,1}^Э x_1^{пер}}{C_2(k_{22} - \omega_1)}\right) e^{-k_{22}(t - t_{пер})},$$

где $k_{21} = \frac{t}{C_2}$; $k_{22} = \frac{C_{0\,2}^Э}{C_2} + \omega_2$; $x_1^{пер}$ определяется по формуле (16) при $t = t_{пер}$.

Пример

Пусть КСЛА создана из самолетов двух типов: ЛА$_1$ = Ил-76 и ЛА$_2$ = Бе-200 [1].

В мирное время ($0 \le t \le T$) ЛА выполняют функции транспортных самолетов, в период чрезвычайной ситуации ($t > T$) они выполняют специальные функции. Требуется определить время перехода $t_{пер}$ с производства ЛА$_1$ на производство ЛА$_2$ и траектории развития системы $x_1(t)$ и $x_2(t)$ на отрезке $0 \le t \le T$, а также аналогичные характеристики ТСЛА = (ЛА$_1$, ЛА$_2$), выполняющей только транспортные задачи, и ССЛА = (ЛА$_1$, ЛА$_2$), выполняющей только специальные задачи.

Исходные данные

$x_1^0 = 250$, $x_2^0 = 0$; $C_1 = 50$, $C_2 = 65$ млн руб., $C_1^Э = 2{,}5$ млн руб./год, $C_2^Э = 3{,}75$ млн руб./год; f = 2000 млн руб. год, ω_1 = 0,03, ω_2 = 0,1 1/год, a_1 = 12000 т · км/ч, a_2 = 24000 т · км/ч; T = 30 лет [1]; $Э_1$ = 12, $Э_2$ = 30 – количество целей, уничтожаемых ЛА$_1$ и ЛА$_2$ за несколько вылетов до их гибели.

Результаты решения

1. Время перехода $t_{пер}$ с производства ЛА$_1$ на производство ЛА$_2$:

КСЛА$_{opt}$	$t_{пер}^К$ =15,4 года	(решение получено по формуле (15))
ТСЛА$_{opt}$	$t_{пер}^Т$ =11,6 года	(решение заимствовано из [1])
ССЛА$_{opt}$	$t_{пер}^Б$ =18 лет	(решение получено по формуле (15) при $\tilde{\omega}_1 = \omega_1, \tilde{\omega}_2 = \omega_2$)

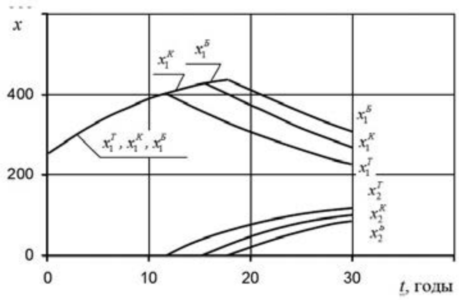

Рисунок. Оптимальные траектории развития комбинированной системы ЛА

2. Оптимальные траектории $x_1^K(t)$ и $x_2^K(t)$, $x_1^T(t)$ и $x_2^T(t)$, $x_1^Б(t)$ и $x_2^Б(t)$, вычисленные по формулам (16) и (17), показаны на рисунке.

Вывод

Разработана вариационная модель, позволяющая определять оптимальную траекторию развития комбинированной системы летательных аппаратов, обеспечивающую наибольший результат функционирования в мирное время и в период чрезвычайной ситуации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мышкин, Л.В. Прогнозирование развития авиационной техники. – М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1998.*
2. *Мышкин, Л.В. Динамические модели прогнозирования оптимального развития авиационной системы (парка) летательных аппаратов // Полет. – 2000. – № 3.*

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Парненков Алексей Евгеньевич, *к.т.н., начальник конструкторского бюро, АО «НПП "Радар ммс"», 197375, Санкт-Петербург, ул. Новосельковская, д.37, e-mail: a_e_paren@mail.ru.*

For citation: Radiopromyshlennost. – 2016. – № 2. – P. 47–50.
A.E. Parnenkov

PHASES OF FORECASTING OF AIRCRAFTS SYSTEMS

In the article it is constructed a variation model of the prognosis of combined aircrafts system development which is able to give the greatest effect at peaceful time as well as during emergency period.

Keywords: *aircraft, transport system, prognosis, optimal trajectory.*

REFERENCES

1. *Myshkin, L.V. Prognozirovanie razvitiya aviacionnoi tehniki. – M.: VVIA im. prof. N.E. Zhukovskogo, 1998.*
2. *Myshkin, L.V. Dinamicheskie modeli prognozirovaniya optimal'nogo razvitiya aviacionnoi sistemy (parka) letatel'nyh apparatov // Polet. – 2000. – № 3.*

AUTHOR

Parnenkov Alexey, *Ph.D. Sc. in Technical Sciences, chief of design bureau, «NPP "Radar mms"» JSC, Russian Federation, 197375, Saint-Petersburg, Novosel'kovskaya st., 37.*