

В.И. Казаков, О.Д. МоскалецСанкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
Санкт-Петербург, Россия

КОМПЛЕКСНЫЕ СПЕКТРЫ В ДИФРАКЦИОННОМ РЕШЕТОЧНОМ СПЕКТРАЛЬНОМ ПРИБОРЕ

Предложена концепция новой альтернативной теории дифракционного решеточного спектрального прибора, в процессе которой в явном виде рассматриваются комплексные спектры оптического излучения. В рамках радиооптического подхода выполнен анализ, позволяющий установить свойства комплексных спектров в высших дифракционных порядках. Рассмотрение дифракционной решетки выполнено на базе переноса методов идей и методов теоретической радиотехники в оптику.

Ключевые слова: дифракционный решеточный спектральный прибор, комплексный спектр, комплексная аппаратная функция, высшие дифракционные порядки, радиооптика.

Для цитирования: Казаков В.И., Москалец О.Д. Комплексные спектры в дифракционном решеточном спектральном приборе // Радиопромышленность. – 2016. – № 4. – С. 32–37.

V.I. Kazakov, O.D. Moskaletz

St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint Petersburg, Russia

COMPLEX SPECTRA IN DIFFRACTION GRATING SPECTRAL DEVICE

A concept of a new alternative theory of diffraction grating spectral device is proposed, whereunder complex spectra of optical emission are specifically reviewed. Under the radio-optical approach the appropriate analysis has been performed making it possible to identify properties of complex spectra in higher diffraction orders. The diffraction grating has been reviewed by methods of transition of ideas and methods of theoretical radio engineering into optics.

Keywords: diffraction grating spectral device, a complex spectrum, complex spread function, higher diffraction orders, radio optics.

For citation: Kazakov V.I., Moskaletz O.D. Complex spectra in diffraction grating spectral device. Radiopromyshlennost, 2016, no. 4, pp. 32–37. (In Russian).

DOI 10.21778/2413-9599-2016-4-32-37

Введение

Выдающаяся роль спектральных измерений в физике и технике вызвала появление широчайшей номенклатуры спектральных приборов, особенно в оптическом диапазоне, где наибольшее распространение получили дифракционные спектральные приборы – призмные и решеточные. Это, в свою очередь, требует совершенствования теории спектральных измерений, выполняемых с помощью этих приборов.

Существующая теория оптических решеточных дифракционных спектральных приборов [1]

опирается на принципы геометрической оптики, которые не позволяют установить свойства спектров в различных дифракционных порядках. Кроме того, в рамках этой теории отсутствует последовательный математический анализ преобразования анализируемого оптического сигнала от входной апертуры спектрального прибора до результата измерения спектра. Очевидные недостатки существующей теории дифракционных спектральных приборов требуют дальнейшей ее разработки, необходимость этого отмечалась ранее [2]. Данная работа посвящена разработке некоторых аспектов

новой альтернативной теории дифракционного решеточного спектрального прибора, которая опирается на принципы радиооптики [3]. Под термином «радиооптика» понимается определенный подход к решению весьма широкого класса задач, объединяющий хорошо разработанный в радиотехнике аппарат преобразования сигналов и спектрального анализа с традиционными оптическими приложениями [4].

С позиций теории спектральных измерений анализируемый оптический сигнал должен быть описан с помощью либо интеграла Фурье, либо интеграла Фурье-Стилтьеса, посредством которых осуществляются линейные отображения оптических полей. Это приводит к необходимости следующей концепции анализа действия решеточного спектрального прибора:

1. Получение комплексного спектра, который формируется на чувствительной площадке фотоприемника и является линейным преобразованием, выполняемым анализирующей частью спектрального прибора.
2. Получение характерных для оптики энергетических спектров осуществляется в результате нелинейного преобразования, выполняемого фотодетектором.

В данной статье рассматривается первый этап измерения спектра решеточным спектральным прибором.

Функция прозрачности амплитудной пропускающей дифракционной решетки

Анализ действия дифракционного решеточного спектрального прибора базируется на основании рассмотрения его анализирующей

части, изображенной на рис. 1. Предполагается, что на дифракционную решетку падает однородная плоская монохроматическая волна с частотой ω' , что позволяет определить его важнейшую характеристику – аппаратную функцию.

Амплитудная дифракционная решетка, работающая в проходящем свете, является транспарантом с функцией пропускания $T(\xi)$ и осуществляет ввод анализируемого оптического излучения в оптический когерентный Фурье-процессор [5], включающий два слоя свободного пространства и расположенную между ними линзу с фокусным расстоянием F . В задней фокальной плоскости линзы формируется оптический сигнал, отображающий мгновенный комплексный спектр анализируемого излучения, который подвергается квадратичному детектированию линейкой фотоприемных устройств.

Действие оптического когерентного Фурье-процессора описывается выражением [6]

$$U(\omega_x) = \hat{F}[f(\xi)] = \int_{-L/2}^{L/2} f(\xi) \exp(-i\omega_x \xi) d\xi, \quad (1)$$

где \hat{F} – оператор прямого преобразования Фурье; $\omega_x = \omega'x/c_0F$ – пространственная частота; c_0 – скорость света.

В случае решеточного спектрального прибора под $f(\xi)$ понимается функция пропускания дифракционной решетки $T(\xi)$. Основные параметры: апертура L , постоянная дифракционной решетки T_g и длина элемента прозрачности τ_g приведены на рис. 2. Функция пропускания дифракционной решетки может быть разложена в экспоненциальный ряд Фурье на промежутке $\xi \in [-L/2; L/2]$:

$$T(\xi) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} C_n \exp(in\Omega_g \xi), \quad (2)$$

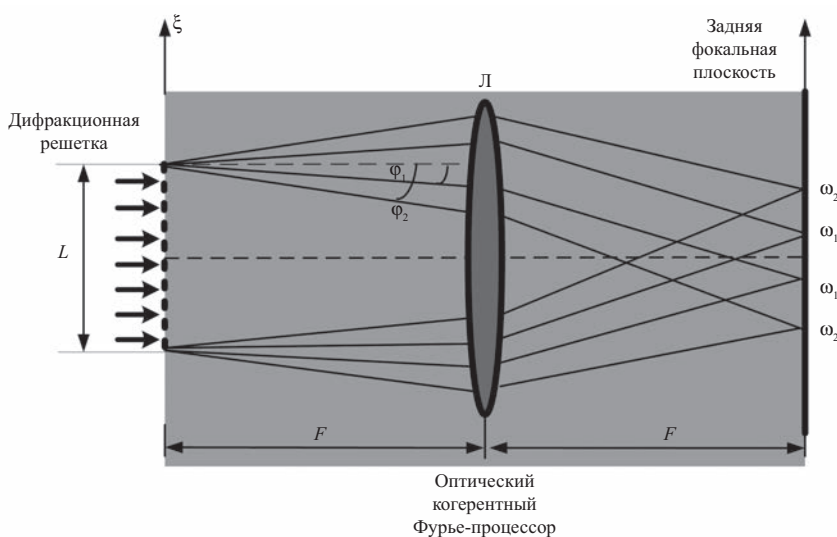


Рисунок 1. Оптическая схема анализирующей части решеточного спектрального прибора

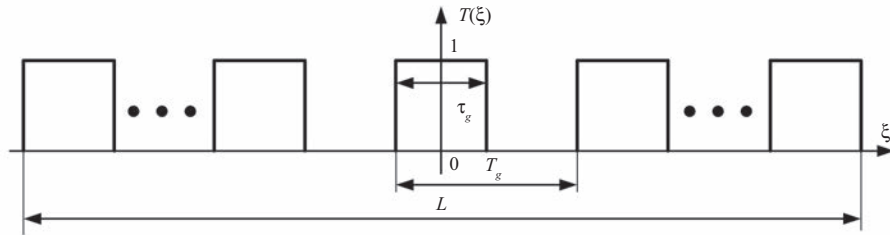


Рисунок 2. Функция прозрачности дифракционной решетки

где $\Omega_g = 2\pi/L$ – пространственная «круговая» частота первой гармоники разложения.

Определение функции прозрачности дифракционной решетки $T(\xi)$ в форме (2) основывается на известном в теории сигналов соотношении между коэффициентами ряда Фурье C_n и соответствующими значениями ее комплексного спектра $S(\omega_\xi)$ [7], в данном случае – пространственных частот ω_ξ :

$$C_n = 2S(n\Omega_g) / L. \quad (3)$$

Вычисление комплексного спектра $S(\omega_\xi)$ базируется на представлении функции пропускания дифракционной решетки в виде радиооптического аналога пачки видеоимпульсов, спектр которых может быть записан в виде [7]

$$S(\omega_\xi) = S_0(\omega_\xi) \left(e^{iN\omega_\xi T_g} + e^{i(N-1)\omega_\xi T_g} + \dots + 1 + e^{-i\omega_\xi T_g} + \dots + e^{-iN\omega_\xi T_g} \right) = S_0(\omega_\xi) \sum_{n=-N}^N e^{-in\omega_\xi T_g}, \quad (4)$$

где $S_0(\omega_\xi)$ – комплексный спектр пространственных частот элемента прозрачности дифракционной решетки; $2N$ – число элементов прозрачности дифракционной решетки.

В свою очередь,

$$S_0(\omega_\xi) = \int_{-\frac{\tau_g}{2}}^{\frac{\tau_g}{2}} \exp(-i\omega_\xi \xi) d\xi = 2 \frac{\sin(\omega_\xi \frac{\tau_g}{2})}{\omega_\xi}. \quad (5)$$

Сумма в выражении (4) – это ядро Дирихле:

$$\sum_{n=-N}^N e^{-in\omega_\xi T_g} = \frac{\sin[(N + \frac{1}{2})\omega_\xi T_g]}{\sin(\omega_\xi T_g / 2)}. \quad (6)$$

С учетом выражений (5) и (6) комплексный спектр пространственных частот функции $T(\xi)$ дается выражением

$$S(\omega_\xi) = 2 \frac{\sin(\omega_\xi \frac{\tau_g}{2})}{\omega_\xi} \cdot \frac{\sin[(N + \frac{1}{2})\omega_\xi T_g]}{\sin(\omega_\xi T_g / 2)}. \quad (7)$$

Подстановка выражения (7) в (3) дает коэффициенты ряда Фурье в форме

$$C_n = 4 \frac{\sin(n\Omega_g \frac{\tau_g}{2})}{n\Omega_g} \cdot \frac{\sin[(N + \frac{1}{2})n\Omega_g T_g]}{L \sin(n\Omega_g \frac{T_g}{2})}. \quad (8)$$

На рис. 3 приведены результаты компьютерного моделирования коэффициентов ряда Фурье для дифракционной решетки с апертурой 1 см, периодом $T_g = 5$ мкм и $\tau_g = 1$ мкм.

Проведенный анализ показал, что «главные» максимальные значения коэффициентов C_n при достаточно большой апертуре решетки по сравнению с ее периодом определяются при максимальных значениях ядра Дирихле, что соответствует «пространственным» частотам кратным $\omega_g = 2\pi/T_g = 2N\Omega_g$. Промежуточные коэффициенты C_n весьма малы, поэтому не будут рассматриваться в дальнейшем. Таким образом, выражение (1) следует представить в форме

$$T(\xi) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \exp(ik\omega_g \xi). \quad (9)$$

Представление функции пропускания дифракционной решетки в виде суммы (9) определяет многопорядковый характер спектров в решеточном приборе.

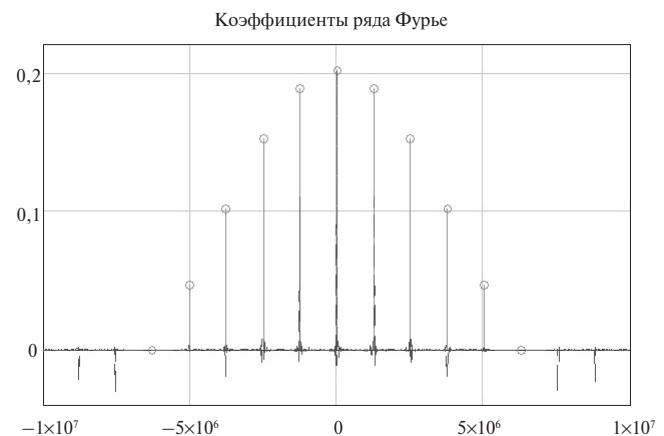


Рисунок 3. Коэффициенты ряда Фурье для дифракционной решетки

Комплексная аппаратная функция и комплексный мгновенный спектр в дифракционном решеточном спектральном приборе

Основную идею получения многопорядкового спектра на выходе дифракционного решеточного спектрального прибора на основании рассчитанных коэффициентов C_n можно проиллюстрировать с помощью рис. 4. Каждый коэффициент C_n с соответствующей ему пространственной частотой формирует в задней фокальной плоскости линзы соответствующий n -й дифракционный порядок. Таким образом, чем больше дифракционных порядков учитывается при рассмотрении, тем сильнее мы приближаемся к идеализированному представлению решетки, показанному на рис. 2.

На основании выражения (1) оптические колебания в задней фокальной плоскости оптического когерентного Фурье-процессора даются выражением [6]

$$S_a(\omega_x, t) = \dot{E} \exp(i\omega't) \hat{F}[T(\xi)] = \dot{E} \exp(i\omega't) \sqrt{\frac{\omega'}{2\pi c_0 F}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} T(\xi) e^{-i\omega_x \xi} d\xi, \quad (10)$$

где \dot{E} – комплексная амплитуда падающей на дифракционную решетку однородной плоской монохроматической волны.

Подстановка выражения (9) в соотношение (10) дает

$$S_a(\omega_x, t) = \dot{E} \exp(i\omega't) \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \exp(ik\Omega_g \xi) \exp(-i\omega_x \xi) d\xi \right) = \dot{E} \exp(i\omega't) \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \exp(ik\Omega_g \xi) \exp(-i\omega_x \xi) d\xi. \quad (11)$$

Интегрирование в последнем равенстве цепи (11) дает следующий результат:

$$\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \exp(ik\Omega_g \xi) \exp(-i\omega_x \xi) d\xi = 2 \frac{\sin \left[\left(k\Omega_g - \frac{\omega_x}{c_0 F} \right) \frac{L}{2} \right]}{k\Omega_g - \frac{\omega_x}{c_0 F}}. \quad (12)$$

Выражение под знаком $\sin(\cdot)$ необходимо привести к форме

$$\left(k\Omega_g - \frac{\omega_x}{c_0 F} \right) \frac{L}{2} = \left(\frac{k\Omega_g c_0 F}{x} - \omega' \right) \frac{Lx}{2c_0 F} = (\omega(x) - \omega') \frac{T_a(x)}{2}, \quad (13)$$

где следует ввести следующие величины: $\omega(x) = k\Omega_g c_0 F/x$ – временная спектральная частота, $T_a(x) = Lx/2c_0 F$ – «время» анализа.

Из соотношений (11), (12), (13) вытекает выражение комплексной аппаратной функции решеточного спектрального прибора:

$$K(\omega, \omega', t) = \dot{E} \exp(i\omega't) \sum_{k=-N}^N 2C_k \frac{\sin[(n\omega(x) - \omega')T_a(x)/2]}{(n\omega(x) - \omega')x/c_0 f}, \quad (14)$$

где N – число учитываемых дифракционных порядков.

Комплексная аппаратная функция $K(\cdot)$ является ядром линейного интегрального оператора, который устанавливает связь вход-выход решеточного спектрального прибора для комплексных спектров [8]

$$S_a(\omega, t) = \int_{\Delta\Omega} K(\omega, \omega', t) S_0(\omega') d\omega', \quad (15)$$

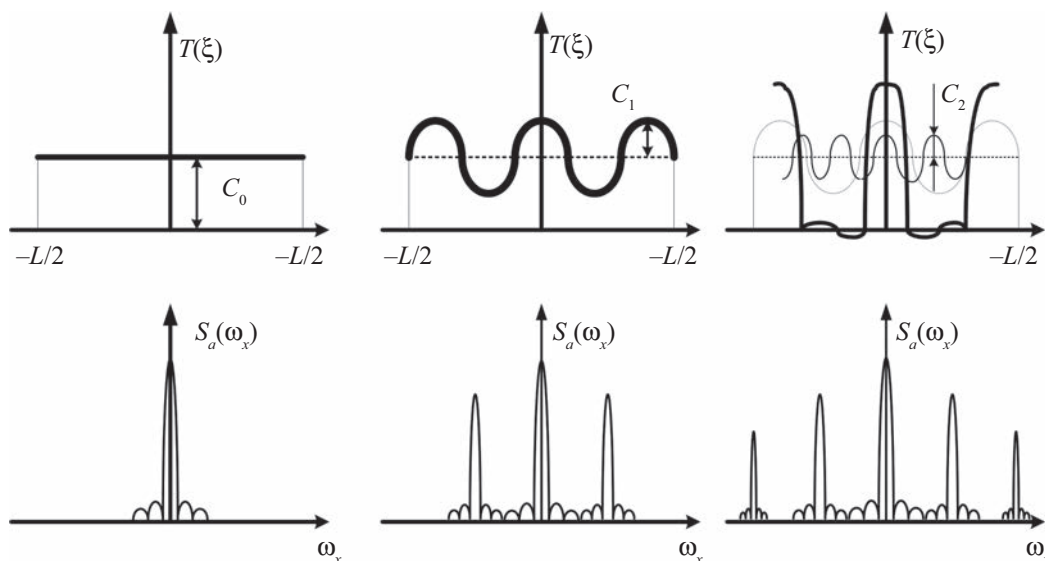


Рисунок 4. Формирование многопорядкового спектра решеточным спектральным прибором

где $S_0(\omega')$ – комплексный спектр анализируемого оптического сигнала; $S_a(\omega, t)$ – аппаратный мгновенный комплексный спектр.

На основании соотношений (2) и (16) мгновенный комплексный аппаратный спектр оптического излучения, формируемый на выходе решеточного спектрального прибора (то есть на чувствительной площадке фотоприемника), дается выражением

$$S_a(\omega_x, t) = \int_{\Delta\Omega} S(\omega') \exp(i\omega't) \sum_{k=-N}^N 2C_k \frac{\sin[(k\omega(x) - \omega')T_a(x)/2]}{(k\omega(x) - \omega')x / c_0 f} d\omega' = (16)$$

$$= \sum_{k=-N}^N 2C_k \int_{\Delta\Omega} S(\omega') \exp(i\omega't) \frac{\sin[(k\omega(x) - \omega')T_a(x)/2]}{(k\omega(x) - \omega')x / c_0 f} d\omega'.$$

Соотношение (16) показывает многопорядковый характер спектра в дифракционном решеточном спектральном приборе. Каждое слагаемое в последнем равенстве цепи (16), согласно выражениям (15) и (16), описывает комплексный мгновенный спектр в соответствующем дифракционном порядке. Наличие множителя k в функции $\text{sinc}(\cdot)$ указывает на кратное изменение временной спектральной частоты. Это означает, что, например, в ± 2 дифракционных порядках следует ожидать вдвое лучшей разрешающей способности, чем в ± 1 порядках. Однако с увеличением номера дифракционного порядка ухудшается отношение сигнал/шум в силу убывания коэффициентов ряда Фурье в выражении (16).

БЛАГОДАРНОСТЬ

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ Российского фонда фундаментальных исследований, проекты № 15-37-20446 и № 16-07-00549 А.

ACKNOWLEDGEMENT

The research was supported by the Russian Foundation for Basic Research, projects № 15-37-20446 and № 16-07-00549 A.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беляков Ю. М., Павлычева Н. К. Спектральные приборы. Казань: КГУ, 2007. 204 с.
2. Hebling J., Marton Z. Theory of spectroscopic devices. *Journal of the Optical Society of America*, 2006, Vol. 23, pp. 966–972.
3. Строук Дж. Введение в когерентную оптику и голографию. М.: Мир, 1967. 347 с.
4. Зверев В. А., Степанов Н. С. Экспериментальная радиооптика. М.: Наука, 1979. С. 6–10.
5. Престон К. Когерентные оптические вычислительные машины. М.: Мир, 1974. 402 с.
6. Папулис А. Теория систем и преобразований в оптике. М.: Мир, 1971. 495 с.
7. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Советское радио, 1963. 696 с.
8. Moskaletz O. D. Classical and quantum approach to power spectrum measurement by diffractive methods. *Proceedings of SPIE*, 1999, vol. 3900, pp. 297–308.

REFERENCES

1. Belyakov Yu. M., Pavlycheva N. K. *Spektral'nye pribory* [Spectral devices]. Kazan, KGU Publ., 2007, 204 p. (In Russian).
2. Hebling J., Marton Z. Theory of spectroscopic devices. *Journal of the Optical Society of America*, 2006, Vol. 23, pp. 966–972.
3. Strouk Dzh. *Vvedenie v kogerentnuyu optiku i golografiyu* [Introduction to Coherent Optics and Holography]. Moscow, Mir Publ., 1967, 347 p. (In Russian).

Заключение

Примененный в данной статье радиооптический подход позволил ввести в теорию оптических спектральных измерений комплексные спектры анализируемых оптических сигналов, получаемых с помощью дифракционного решеточного спектрального прибора. Кроме того, введена комплексная аппаратная функция, устанавливающая связь между спектром анализируемого сигнала и комплексным аппаратным спектром, формируемым решеточным спектральным прибором на чувствительной площадке фотоприемника.

Предложенная концепция анализа решеточного спектрального прибора базируется на базе оптического когерентного Фурье-процессора. Дальнейшее развитие радиооптического подхода заключается в переносе известных положений теории динамических сигналов, разработанных в теоретической радиотехнике, на пространственные системы, которой является дифракционная решетка.

Следует особо подчеркнуть, что в предложенной концепции используется частотная зависимость спектральных функций (вместо принятой в оптической спектрометрии зависимости от длин волн), что означает тесную связь с математической теорией гармонического анализа.

Разработана составная часть новой, альтернативной теории дифракционного решеточного спектрального прибора, в рамках которой осуществляется анализ комплексного спектра анализируемого оптического излучения.

4. Zverev V. A., Stepanov N. S. *Ekspериментal'naya radiooptika* [Experimental radio optics]. Moscow, Nauka Publ., 1979, pp. 6–10. (In Russian).
5. Preston K. *Kogerentnye opticheskie vychislitel'nye mashiny* [Coherent optical computers]. Moscow, Mir Publ., 1974, 402 p. (In Russian).
6. Papulis A. *Teoriya sistem i preobrazovaniy v optike* [Theory of systems and transformations in optics]. Moscow, Mir Publ., 1971, 495 p. (In Russian).
7. Gonorovskiy I. S. *Radiotekhnicheskie tsepi i signaly* [Radio circuits and signals]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1963, 696 p. (In Russian).
8. Moskaletz O. D. Classical and quantum approach to power spectrum measurement by diffractive methods. *Proceedings of SPIE*, 1999, Vol. 3900, pp. 297–308.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Казakov Василий Иванович, аспирант, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (ГУАП), 190000, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67, тел.: 8 (905) 259-79-60, e-mail: vasilykazakov@mail.ru.
Москалец Олег Дмитриевич, к.т.н., доцент, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (ГУАП), 190000, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67, тел.: 8 (812) 708-42-04, e-mail: molegd@mail.ru.

AUTHORS

Kazakov Vasily, PhD student, St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67, Bolshaya Morskaya st., St. Petersburg, 190000, tel.: +7 (905) 259-79-60, e-mail: vasilykazakov@mail.ru.
Moskaletz Oleg, PhD, Associate Professor, St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67, Bolshaya Morskaya st., St. Petersburg, 190000, tel.: +7 (812) 708-42-04, e-mail: molegd@mail.ru.